МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА – 2 септември 2008 г.

ВАРИАНТ №2

Ключ с верните отговори

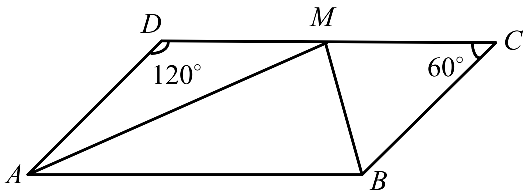
Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
1.	**В**	2
2.	**Б**	2
3.	**Г**	2
4.	**А**	2
5.	**Б**	2
6.	**Г**	2
7.	**В**	2
8.	**В**	2
9.	**Г**	2
10.	**В**	2
11.	**Б**	2
12.	**В**	2
13.	**Г**	2
14.	**Б**	2
15.	**А**	2
16.	**Г**	2
17.	**А**	2
18.	**В**	2
19.	**А**	2
20.	**Б**	2
21.	$-1, 1, 3$	3
22.	$4\sin 2\alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}$	3
23.	96	3
24.	$4\ cm,\ 6\ cm$	3
25.	$\frac{8}{3}\ cm$	3

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
26.	$2,\ 4,\ 6;\quad 8,\ 4,\ 0$	15
27.	$10\sqrt{3}\ cm^2$	15
28.	$\frac{1}{2}$	15

Решения на задачи № 26, 27 и 28

Задача. 26. Нека числата a_1, a_2, a_3 образуват аритметична прогресия и $a_1+a_2+a_3=12$ Тогава $a_1+a_1+d+a_1+2d=12 \Leftrightarrow 3a_1+3d=12 \Leftrightarrow a_1+d=4$. Съгласно условието числата a_1, a_2, a_3+2 или a_1, a_1+d, a_1+2d+2 образуват геометрична прогресия. От свойството на геометричната прогресия получаваме $\left(a_1+d\right)^2=a_1\left(a_1+2d+2\right) \Leftrightarrow \quad a_1^2+2a_1d+d^2=a_1^2+2a_1d+2a_1 \Leftrightarrow d^2=2a_1$. От системата уравнения $a_1+d=4$ и $d^2=2a_1$ получаваме $\frac{d^2}{2}+d=4 \Leftrightarrow d^2+2d-8=0$, $d_1=2$ и $d_2=-4$. Тогава за a_1 намираме $a_1=2$ и $a_1=8$. Получихме две тройки числа, който образуват аритметична прогресия: $a_1=2$ и $d=2$, $2, 4, 6$; $a_1=8$ и $d=-4$, $8, 4, 0$.

Задача. 27. Означаваме $AB=a$, $AD=b$ и $DM=MC=\frac{a}{2}$.



$S_{ABCD}=ab\sin 60^\circ=ab\frac{\sqrt{3}}{2}$

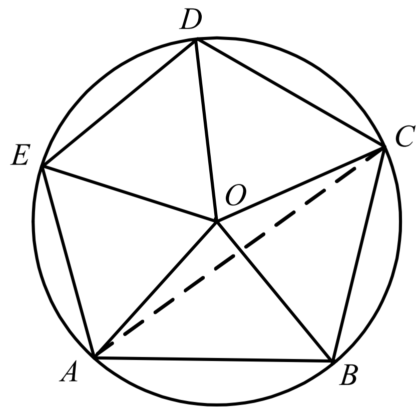
От косинусовата теорема за $\triangle BCM$ получаваме $BM^2=BC^2+MC^2-2.BC.MC.\cos 60^\circ$, $4^2=b^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2-2b\frac{a}{2}\frac{1}{2}$, $16=b^2+\frac{a^2}{4}-\frac{ab}{2}$. Аналогично от косинусовата теорема за $\triangle AMD$ получаваме $AM^2=b^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2-2b\frac{a}{2}\cos 120^\circ$, $36=b^2+\frac{a^2}{4}+\frac{ab}{2}$. Решаваме системата уравнения

$$\left| \begin{array}{l} 36=b^2+\frac{a^2}{4}+\frac{ab}{2} \\ 16=b^2+\frac{a^2}{4}-\frac{ab}{2} \end{array} \right.$$

. Изваждаме почленно от първото уравнение второто и получаваме $20=ab$. За лицето на успоредника получаваме $S_{ABCD}=ab\frac{\sqrt{3}}{2}=20\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}\ cm^2$

Задача. 28. Вероятността построеният триъгълник да е тъпоъгълен е $P(A)=\frac{\textit{брой на тъпоъгълните триъгълници}}{\textit{брой на всички триъгълници}}$

Броят на всички триъгълници, образувани от точките A, B, C, D, E и O, е равен на $C_6^3 = \frac{6.5.4}{1.2.3} = 20$.



Ъглите при върховете на правилния петоъгълник са равни $\measuredangle A = \measuredangle B = \measuredangle C = \measuredangle D = \measuredangle E = 108^\circ$, а централните ъгли също са равни
$\measuredangle AOC = \measuredangle BOD = \measuredangle COE = \measuredangle DOA = \measuredangle EOB = 144^\circ$.

Диагоналът AC е страна на два тъпоъгълни триъгълници - $\triangle ABC$ и $\triangle AOC$. Диагоналите BD, CE, DA и BE също са страни съответно на по два тъпоъгълни триъгълници. Следователно броят на тъпоъгълните триъгълници е равен на $5.2 = 10$. Тогава $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.