ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

26 май 2009 г. – <u>Вариант 2</u>

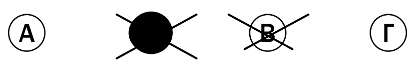
УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,

Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте със син/черен цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. Отбелязвайте верния отговор със знака **X** в кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и отбележете буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:



За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е отбелязана със знака X .

Отговорите на **задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.)** запишете в предоставения **свитък за свободните отговори**, като за задачи **от 26. до 28. вкл.** запишете пълнете решения с необходимите обосновки.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачите от 1. до 20. вкл. отбелязвайте в листа за отговори!

1 . Кое от посочените числа е най-малко?

А) $2^{-\frac{1}{2}}$ **Б)** $\lg 1$ **В)** $(-9)^{\frac{1}{3}}$ **Г)** $tg\left(-135^\circ\right)$

2. Стойността на израза $\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2+\dfrac{24}{\sqrt{6}}$ **е:**

А) 14 **Б)** 8 **В)** $8\sqrt{6}$ **Г)** $8+8\sqrt{6}$

3. Ако $\dfrac{a}{b}=2$**, то стойността на израза** $\dfrac{(a+b)(a^2+b^2)}{a^3+b^3}$ **е:**

А) $\dfrac{5}{3}$ **Б)** 1 **В)** 4 **Г)** 6

4. Кое от посочените квадратни уравнения има два отрицателни корена?

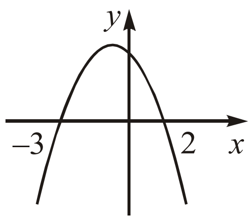
А) $-x^2+6x-4=0$ **Б)** $x^2-6x-4=0$

В) $x^2+6x+4=0$ **Г)** $-x^2-6x+4=0$

5. Коя от посочените функции е представена графично на чертежа?

А) $y=x^2+x-6$ **Б)** $y=-x^2-x+6$

В) $y=-x^2+x+6$ **Г)** $y=x^2-x-6$



6. Изразът $\sqrt{\dfrac{-5}{3x-6}}$ **НЯМА смисъл при**:

А) $x\le 0$ **Б)** $x\le 2$ **В)** $x>2$ **Г)** $x\ge 2$

7. Стойността на израза $3\log_5^2 1-4\log_5\dfrac{1}{25}-5^{\log_5 10}$ **е :**

А) -18 **Б)** 1 **В)** -1 **Г)** -2

8. Решения на неравенството $(x-4)(9-2x)\ge 0$ **са:**

А) $x\in\left[4;\dfrac{9}{2}\right]$ **Б)** $x\in[4;+\infty)$ **В)** $x\in\left(-\infty;\dfrac{9}{2}\right]$ **Г)** $x\in(-\infty;4]\cup\left[\dfrac{9}{2};+\infty\right)$

9. Стойността на израза $\cot g\left(\frac{1225}{2}\pi\right)$ **е :**

А) -1 **Б)** 1 **В)** 0 **Г)** недефинирана

10. Ако $\mathrm{tg}\alpha = 3$**, то стойността на израза** $\frac{2\sin(180° - \alpha) + 3\cos(180° - \alpha)}{\cos(90° - \alpha) + \sin(90° + \alpha)}$ **е:**

А) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **Б)** $\frac{3}{4}$ **В)** $\frac{5}{2}$ **Г)** $-3\sqrt{2}$

11. За аритметичната прогресия $a_1, a_2, ..., a_9$ **е известно, че** $a_2 + a_8 = 8$**. Сумата** $a_1 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_9$ **е равна на:**

А) 14 **Б)** 16 **В)** 28 **Г)** 32

12. В телевизионна игра участват 50 **души, между които има двама братя. Водещият на играта по случаен начин избира един от участващите. Вероятността той да е някой от братята е:**

А) $\frac{1}{2}$ **Б)** $\frac{1}{4}$ **В)** $\frac{1}{25}$ **Г)** $\frac{1}{50}$

13. В $\triangle ABC$**, ъглополовящата на** $\angle ACB$ **дели страната** AB **в отношение** $8:3$**, считано от върха** A**. Ако** $AC = 16\ cm$**, то дължината на страната** BC **е:**

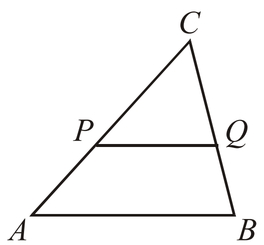
А) $42\frac{2}{3}\ cm$ **Б)** $6\ cm$ **В)** $9,6\ cm$ **Г)** $4\ cm$

14. На чертежа $AP : PC = 2:3$ **и** $CB : CQ = 5:2$**. Ако** $PQ = 9\ cm$**,**

то със сигурност е вярно, че:

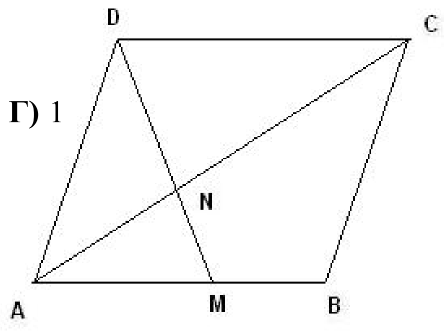
А) $AB = 22,5\ cm$ **Б)** $AB = 15\ cm$

В) $AB \parallel PQ$ **Г)** AB и PQ не са успоредни



15. Даден е ромб $ABCD$ **и точка** $M \in AB$**, такава че** $AM : MB = 3:2$**. Ако** AC **пресича** DM **в точка** N**, то отношението** $MN : ND$ **е равно на:**

А) $\frac{3}{5}$ **Б)** $\frac{2}{3}$ **В)** $\frac{1}{2}$ **Г)** 1



16. В правоъгълен триъгълник медианите към катетите са равни на $\sqrt{52}$ и $\sqrt{73}$. Дължината на хипотенузата е равна на:

А) 5 **Б)** 6 **В)** 8 **Г)** 10

17. В триъгълник ABC $AB = 13\ cm$, $AC = 8\ cm$. Ако $\angle ACB = 120^\circ$, то дължината на страната BC е:

А) 7 cm **Б)** $\sqrt{129}\ cm$ **В) 15** cm **Г)** $\sqrt{337}\ cm$

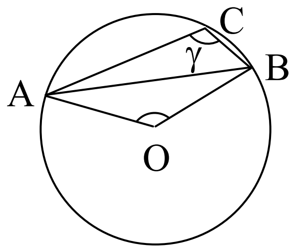
18. Ако в $\triangle ABC$ $\angle A = 60^\circ$ и височините през върховете C и B са съответно $6\ cm$ и $\sqrt{3}\ cm$, то лицето на $\triangle ABC$ е равно на:

А) $6\ cm^2$ **Б)** $6\sqrt{3}\ cm^2$ **В)** $12\ cm^2$ **Г)** $9\ cm^2$

19. Точка O е център на описаната около триъгълника ABC окръжност. Ако $AO = R$ и $\angle ACB = \gamma$, $\gamma > 90^\circ$, то лицето на $\triangle AOB$ е равно на:

А) $R^2 \sin 2\gamma$ **Б)** $\frac{1}{2}R^2 \sin 2\gamma$

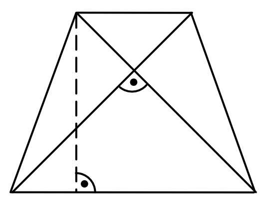
В) $-R^2 \sin 2\gamma$ **Г)** $-\frac{1}{2}R^2 \sin 2\gamma$



20. Диагоналите на равнобедрен трапец са перпендикулярни помежду си. Ако височината на трапеца е $8\ cm$, то лицето му е равно на:

А) $64\ cm^2$ **Б)** $32\ cm^2$

В) $16\ cm^2$ **Г)** $8\ cm^2$



Отговорите на задачите от 21. до 25. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!

21. Неравенството $\log_{\frac{1}{2}} x + 4\log_{\frac{1}{2}} x < 5\log_{\frac{1}{2}} y$ е изпълнено за $x > 0$ и $y > 0$. Запишете по-малкото от числата x и y.

22. В банка са вложени 5000 лв. при годишна сложна лихва 4%. Намерете колко лева ще е сумата след 2 години.

23. За $tg\alpha = \frac{1}{5}$ **, намерете стойността на израза** $A = \frac{5}{5+\sin 2\alpha}$ **.**

24. Към вписана в равнобедрен триъгълник $\triangle ABC$ **окръжност е построена допирателна** $MN\left(M \in AC, N \in BC\right)$**, успоредна на основата** AB**. Точката** M **разделя бедрото** AC **на отсечки с дължини** $1\,cm$ **и** $2\ cm$**, считано от основата. Намерете дължината на** MN **в сантиметри.**

25. Правите a **и** b **са успоредни. Върху правата** a **са дадени пет точки, а върху правата** b **– четири точки. Колко различни трапеца могат да бъдат построени с върхове тези точки?**

<u>Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от26. до 28. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!</u>

26. Намерете сбора от корените на ирационалното уравнение

$$2x^2 + x + \sqrt{2x^2 + x + 4} = 26$$

27. Намерете вероятността при случаен избор на трицифрено число от интервала $[250;700]$ **да попаднете на число, което при деление на** 5 **дава остатък** 4 **.**

28. В триъгълник ABC $AC = 8\ cm$ **,** $BC = 5\ cm$ **и** $\angle ACB = 60°$**. Точките** P **и** Q **са петите на височините съответно през върховете** A **и** B**. Да се намери лицето на** $\triangle PCQ$**.**

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0$ $\quad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\quad ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Формули на Виет $\quad x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$ $\quad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a}\right)$

Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a|$ $\quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$; $\quad$ при $k\in\mathbb{N}$

$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$ $\quad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ $\quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$; при $a>0$, $n\geq 2$, $k\geq 2$ и $n, m, k\in\mathbb{N}$

$\log_a b=x \Leftrightarrow a^x=b$ $\quad \log_a a^x=x$ $\quad a^{\log_a b}=b$; $\quad$ при $\quad b>0,\ a>0,\ a\neq 1$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $\quad P_n=1.2.3\ldots(n-1)n=n!$

Брой на вариациите на n елемента k-ти клас: $\quad V_n^k=n.(n-1)\ldots(n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k-ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.(n-1)\ldots(n-k+1)}{1.2.3\ldots(k-1)k}$

Вероятност $\quad P(A)=\dfrac{\textit{брой на благоприятните случаи}}{\textit{брой на възможните случаи}}$ $\quad 0\leq P(A)\leq 1$

Прогресии

Аритметична прогресия: $\quad a_n=a_1+(n-1)d$ $\quad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $\quad a_n=a_1.q^{n-1}$ $\quad S_n=\dfrac{a_nq-a_1}{q-1}=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1}$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1 c$ $b^2 = b_1 c$

$h_c^{\ 2} = a_1.b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\mathrm{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a^{\ 2} = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b^{\ 2} = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$

$m_c^{\ 2} = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α^0	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\mathrm{cotg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^0-\alpha$	$90^0+\alpha$	$180^0-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{cotg}\alpha$	$-\mathrm{cotg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$
cotg	$-\mathrm{cotg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{cotg}\alpha$

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

$\mathrm{tg}(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta}{1\mp\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta}$ $\quad$ $\mathrm{cotg}(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\mathrm{cotg}\alpha\mathrm{cotg}\beta\mp1}{\mathrm{cotg}\beta\pm\mathrm{cotg}\alpha}$

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad$ $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$

$\mathrm{tg}2\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$ $\quad$ $\mathrm{cotg}2\alpha=\dfrac{\mathrm{cotg}^2\alpha-1}{2\mathrm{cotg}\alpha}$ $\quad$ $\sin^2\alpha=\dfrac{1}{2}(1-\cos2\alpha)$ $\quad$ $\cos^2\alpha=\dfrac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$

$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$ $\quad$ $\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}$

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$ $\quad$ $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}\big(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\big)$ $\quad$ $\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\big(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\big)$

$\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\big(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\big)$