**М И Н И С Т Е Р С Т В О Н А О Б Р А З О В А Н И Е Т О И Н А У К А Т А**

# ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

# **МАТЕМАТИКА**

**19 май 2009 г. – Вариант 1**

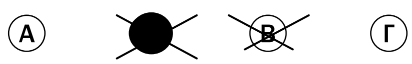
***УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,***

Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

**Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително)** в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте със син/черен цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. Отбелязвайте верния отговор със знака **X** в кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и отбележете буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:



**За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е отбелязана със знака X .**

Отговорите на **задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.)** запишете в предоставения **свитък за свободните отговори**, като за задачи **от 26. до 28. вкл.** запишете пълнете решения с необходимите обосновки.

***ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!***

*Отговорите на задачите от 1. до 20 вкл. отбелязвайте в листа за отговори!*

**1. Дадени са безкрайните десетични периодични дроби** $P=0,(15)$ **и** $Q=0,(151)$**.**

**Вярно е, че:**

**А)** $P>Q$ **Б)** $P<Q$ **В)** $P=Q$ **Г)** $P$ и $Q$ не могат да се сравнят

**2. Стойността на израза** $P=\sqrt{\left(5-4\sqrt{3}\right)^2}+\left(\sqrt{3}-2\right)^2$ **е:**

**А)** $12-8\sqrt{3}$ **Б)** $2$ **В)** $2+4\sqrt{3}$ **Г)** $12-4\sqrt{3}$

**3. Допустимите стойности за израза** $\left(\frac{1}{2x-1}+\frac{3x}{1-x^2}\right):(x+2)$ **са:**

**А)** $x\neq 0,5;\ 1$ **Б)** $x\neq 0,5;\ \pm 1$ **В)** $x\neq 0,5;\ \pm 1;\ 2$ **Г)** $x\neq 0,5;\ \pm 1,\ -2$

**4. Ако** $x_1$ **и** $x_2$ **са корените на уравнението** $x^2-x-20=0$**,** $x_3$ **и** $x_4$ **са корените на уравнението** $1-20x^2-x=0$**, то е вярно, че:**

**А)** $x_1.x_2=x_3.x_4$ **Б)** $\frac{1}{x_1.x_2}=x_3+x_4$

**В)** $x_1.x_2.x_3.x_4=-1$ **Г)** $x_1.x_2=-x_3.x_4$

**5. Колко общи точки имат графиките на функциите** $f(x)=x^2-3x+2$ **и** $g(x)=x^2+5x-6$**?**

**А)** 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** 3

**6. Корените на уравнението** $\sqrt{1-x}=5+x$ **са:**

**А)** $-3$ и $-8$ **Б)** $-8$ **В)** $-3$ **Г)** няма реални корени

**7. Стойността на израза** $\log_3 27-\lg\frac{1}{100}-\log_5 1$ **е равна на:**

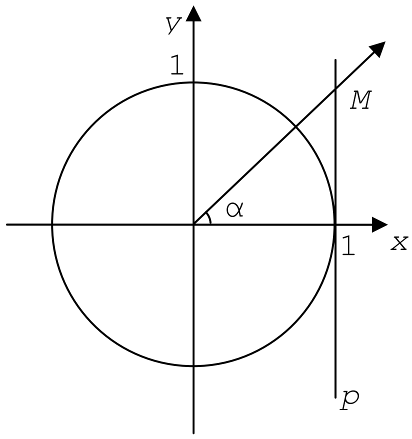
**А)** 0 **Б)** 1 **В)** 4 **Г)** 5

**8. Решенията на неравенството** $\frac{1}{x^2+1}<1$ **са:**

**А)** $x\in(-\sqrt{2};\sqrt{2})$ **Б)** $x\in(-\infty;-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};+\infty)$

**В)** $x\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$ **Г)** $x\in(-\infty;+\infty)$

**9. На чертежа е построена единичната окръжност и права $p$, която се допира до окръжността в точка с абсциса 1. Едното рамо на ъгъл $\alpha$ пресича правата $p$ в точка $M$, както е показано. За ъгъл $\alpha$ ординатата на точка $M$ е стойността на функцията:**




**А)** синус **Б)** косинус

**В)** тангенс **Г)** котангенс

**10. Дадена е окръжност $k(O, r = 2\ cm)$ и точки $A$ и $B$ от окръжността, такива че дължината на дъгата $AB$ е $2,5\ cm$. Мярката на острия $\angle AOB$ е:**

**А)** $0,25\ rad$ **Б)** $1,25\ rad$ **В)** $2\ rad$ **Г)** $2,5\ rad$

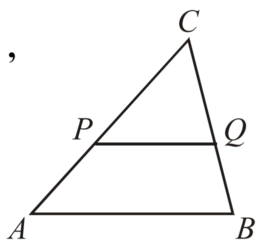
**11. За геометричната прогресия $a_1, a_2, ..., a_6$ е известно, че $a_3.a_4 = -3$. Произведението $a_1.a_2.a_3.a_4.a_5.a_6$ е равно на:**

**А)** 27 **Б)** 9 **В)** $-9$ **Г)** $-27$

**12. Нека $Q_1$ е множество от 100 рационални числа и $x$ е случайно избрано число от $Q_1$. Вероятността числото $q = \sqrt{(1+x)^2}$ да е ирационално, е:**

**А)** 0 **Б)** $\dfrac{1}{2}$ **В)** 1 **Г)** невъзможно да се определи

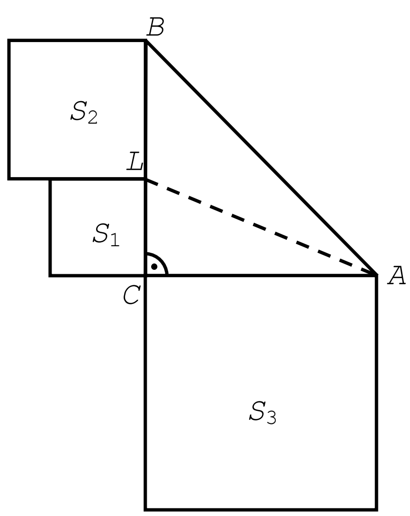
**13. На чертежа $AP : PC = 2 : 3$ и $PQ \parallel AB$. Ако $AB = 15\ cm$, то дължината на $PQ$ е:**




**А)** $6\,cm$ **Б)** $9\,cm$

**В)** $10\,cm$ **Г)** $21,5\,cm$

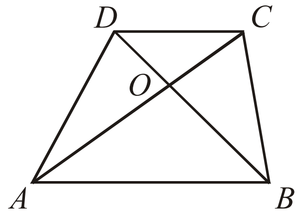
**14. На чертежа $\Delta ABC$ е правоъгълен и равнобедрен, $AL$ е ъглополовящата на $\angle CAB$**, а $S_1$, $S_2$ и $S_3$ **са лицата на построените квадрати. Вярно е, че:**




**А)** $2S_1 < S_2$ **Б)** $2S_1 > S_2$

**В)** $S_3 = \left(\dfrac{3}{2} + \sqrt{2}\right)S_2$ **Г)** $S_1 + S_2 > S_3$

**15. Ако за четириъгълника $ABCD$ на чертежа е дадено , че $S_{AOD} : S_{DOC} = 3:1$ и $DO : DB = 1:4$, то НЕ Е вярно, че :**




**А)** $DC \parallel AB$ **Б)** $S_{AOD} = S_{OBC}$

**В)** $S_{AOB} : S_{DOC} = 3:1$ **Г)** $S_{DOC} : S_{BCO} = 1:3$

**16. Лицето на равнобедрен триъгълник с дължини на бедрото и на основата съответно** $5\ cm$ **и** $2\ \ cm$ **е:**

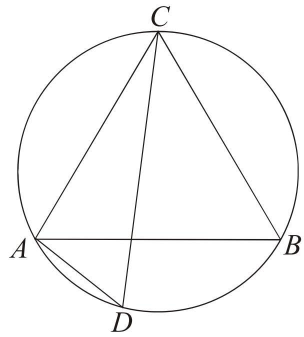
**А)** $2\sqrt{6}\ \ cm^2$ **Б)** $4\sqrt{6}\ cm^2$ **В)** $12\ cm^2$ **Г)** $2\sqrt{3}\ cm^2$

**17. Ако най-голямата страна в разностранния $\triangle ABC$ е $AB = R$, където $R$ е радиусът на описаната окръжност, то мярката на вътрешния ъгъл при върха $C$ е:**

**А)** $30^\circ$ **Б)** $150^\circ$ **В)** $60^\circ$ **Г)** $120^\circ$

**18. Триъгълникът $ABC$ на чертежа е равностранен с дължина на страната** $19$ cm **и** $AD = 5\ cm$ **. Дължината на хордата $CD$ е:**

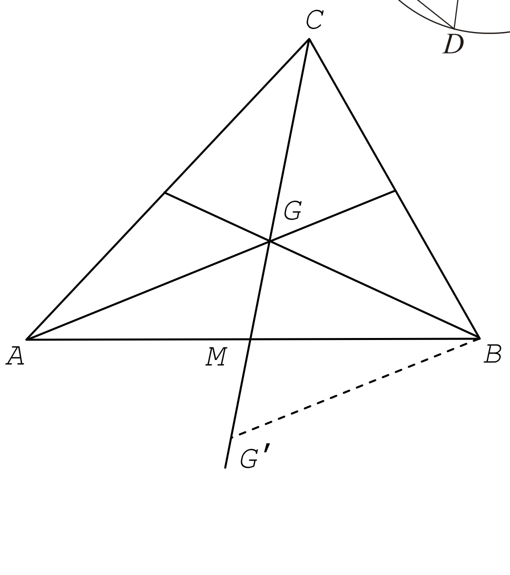
**А)** $20\ cm$ **Б)** $20\sqrt{3}\ cm$ **В)** $21\ cm$ **Г)** $21\sqrt{3}\ cm$




**19. Точката $G$ е медицентърът на $\triangle ABC$, точката $G^{I}$ е симетричната на $G$ относно средата $M$ на страната $AB$. Ако $S_{BMG^{I}} = 4$, то $S_{ABC}$ е:**

**А)** 12 **Б)** 24

**В)** 28 **Г)** 36




**20. Равнобедрен трапец с основи $AB = 50\ cm$ и $CD = 10\ cm$, и бедро $AD = 29\ cm$ има височина:**

**А)** $20\ cm$ **Б)** $21\ cm$ **В)** $30\ cm$ **Г)** $41\ cm$

*Отговорите на задачите от 21. до 25. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!*

**21. Стойността на израза** $A=\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^x+5\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\left(\frac{1}{2}\right)^y}$ **е по-голяма от** $6$.

**Запишете по-голямото от числата** $x$ **и** $y$ **.**

**22. В банка била вложена сума пари, при годишна сложна лихва** $3\%$**. След три години сумата нараснала на** $21\ 854$ **лева и** $54$ **стотинки. Каква сума в лева е била вложена първоначално?**

**23. Намерете стойността на израза** $tg15^o+cotg15^o$**.**

**24. Даден е равнобедрен** $\triangle ABC$ **с бедра** $AC=BC=5\ cm$ **и основа** $AB=8\ cm$ **.**
**Намерете дължината на радиуса на описаната около** $\triangle ABC$ **окръжност.**

**25. Намерете броя на мобилните телефонни номера от вида** $0887****ab$**, последните две цифри на които образуват двуцифрено число** $\overline{ab}$**, което е точен квадрат, а двуцифреното число, записано със същите цифри, но в обратен ред, е просто число.**

*Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от26. до 28. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!*

**26. Решете уравнението** $\sqrt{1+\dfrac{2}{x}}+\sqrt{\dfrac{x}{x+2}}=4$ **.**

**27. Иван има в джоба си** $2$ **монети по** $10$ *ст.***,** $4$ **монети по** $20$ *ст.***,** $4$ **монети по** $50$ *ст.* **и 2 монети по** $1$ *лв.* **Той изважда едновременно три монети по случаен начин. Каква е вероятността трите монети да са на обща стойност** $1{,}20$ *лв***?**

**28. В** $\Delta ABC$ **медианата** $AM$ **и ъглополовящата** $BL$ **са перпендикулярни и имат една и съща дължина, равна на** $4$**. Да се намери** $P_{\Delta ABC}$ **.**

# ФОРМУЛИ

## Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0 \quad x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Формули на Виет $x_1+x_2=-\frac{b}{a} \quad x_1x_2=\frac{c}{a}$

## Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$ е парабола с връх точката $(-\frac{b}{2a};-\frac{D}{4a})$

## Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a| \qquad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$; при $k\in\mathbb{N}$

$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m} \qquad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$; при $a>0$, $n\geq 2$, $k\geq 2$ и $n, m, k\in\mathbb{N}$

$\log_a b=x\Leftrightarrow a^x=b \qquad \log_a a^x=x \qquad a^{\log_a b}=b$; при $b>0,\ a>0,\ a\neq 1$

## Комбинаторика

Брой на пермутациите на $n$ елемента: $P_n=1.2.3...(n-1)n=n!$

Брой на вариациите на $n$ елемента $k$-ти клас: $V_n^k=n.(n-1)...(n-k+1)$

Брой на комбинациите на $n$ елемента $k$-ти клас: $C_n^k=\frac{V_n^k}{P_k}=\frac{n.(n-1)...(n-k+1)}{1.2.3...(k-1)k}$

Вероятност $P(A)=\frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}} \qquad 0\leq P(A)\leq 1$

## Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n=a_1+(n-1)d \qquad S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\frac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $a_n=a_1.q^{n-1} \qquad S_n=\frac{a_nq-a_1}{q-1}=a_1\cdot\frac{q^n-1}{q-1}$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$

## Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1 c$ $b^2 = b_1 c$

$h_c{}^2 = a_1.b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\mathrm{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a{}^2 = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$

$m_c{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

## Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

## Тригонометрични функции

| $\alpha^0$ | $0^0$ | $30^0$ | $45^0$ | $60^0$ | $90^0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ rad | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| $\sin\alpha$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| $\cos\alpha$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\mathrm{tg}\alpha$ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | – |
| $\mathrm{cotg}\alpha$ | – | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 |

| | $-\alpha$ | $90^0-\alpha$ | $90^0+\alpha$ | $180^0-\alpha$ |
|---|---|---|---|---|
| sin | $-\sin\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\sin\alpha$ |
| cos | $\cos\alpha$ | $\sin\alpha$ | $-\sin\alpha$ | $-\cos\alpha$ |
| tg | $-\text{tg}\alpha$ | $\text{cotg}\alpha$ | $-\text{cotg}\alpha$ | $-\text{tg}\alpha$ |
| cotg | $-\text{cotg}\alpha$ | $\text{tg}\alpha$ | $-\text{tg}\alpha$ | $-\text{cotg}\alpha$ |

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\text{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\text{tg}\alpha\pm\text{tg}\beta}{1\mp\text{tg}\alpha\text{tg}\beta} \qquad \text{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\text{cotg}\alpha\text{cotg}\beta\mp1}{\text{cotg}\beta\pm\text{cotg}\alpha}$$

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha \qquad \cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\text{tg}2\alpha=\frac{2\text{tg}\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha} \qquad \text{cotg}2\alpha=\frac{\text{cotg}^2\alpha-1}{2\text{cotg}\alpha} \qquad \sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos2\alpha) \qquad \cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right) \qquad \cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right)$$